

Devoir surveillé

Suites numériques

Exercice 1.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = -1 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = u_n + 3n + 2$$

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Est-elle géométrique ?
3. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .

Exercice 2.

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = 3n^2 + n + 2$$

1. Calculer le terme de rang 2 et le 5^{ème} terme de la suite (u_n) .
2. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) .

Exercice 3.

On considère la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 4$ et définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = u_n + 2$.

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n \\ u_{n+2} - u_n &= 2 \end{aligned}$$

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
2. Exprimer u_n en fonction de n .
3. Calculer le cinquième terme de la suite.
4. Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ? Justifier.
5. Déterminer le plus petit entier naturel n tel que :

$$u_n \geq 100$$

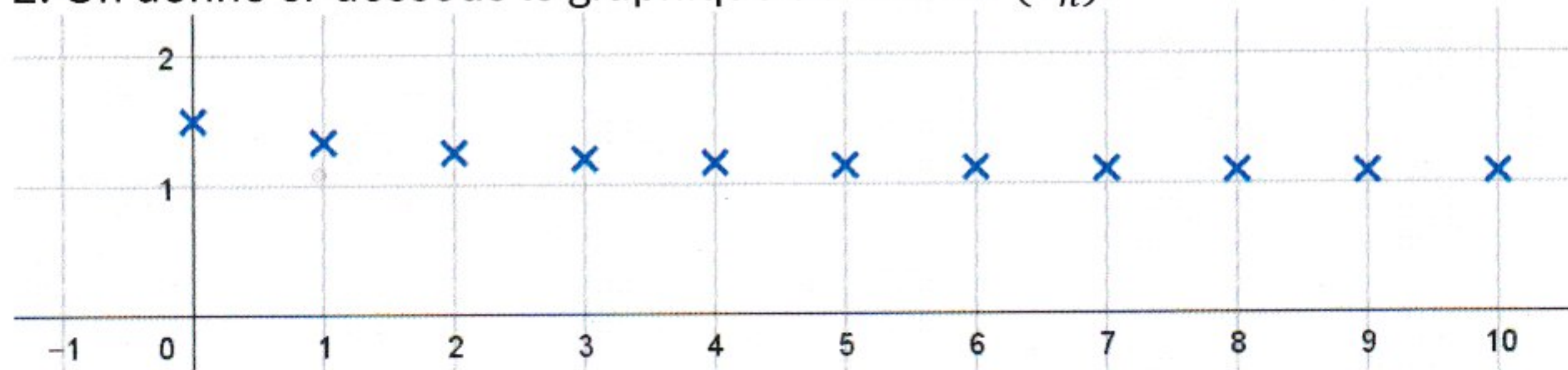
Exercice 4.

1. Déterminer le sens de variation des suites ci-dessous, définies pour tout entier naturel n .

a. $u_n = \frac{n+2}{n+1}$

b. $v_n = \frac{1}{n+2} + 1$

2. On donne ci-dessous le graphique de la suite (v_n) .



Conjecturer la limite de la suite (v_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 5.

Le 1^{er} septembre 2019, un lycée compte 1000 élèves. Une étude statistique interne a montré que chaque 1^{er} septembre :

10% de l'effectif quitte l'établissement ; $\times 0,9$

200 nouveaux élèves s'inscrivent. $+ 200$

On cherche à modéliser cette situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel n , u_n représente le nombre d'élèves le 1^{er} septembre de l'année $2019 + n$.

1. Justifier qu'on peut modéliser la situation avec la suite (u_n) définie par $u_0 = 1000$ et pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 0,9u_n + 200$.

2. Calculer le nombre d'élèves inscrits au lycée le 1^{er} septembre 2020.

3. On pose $v_n = u_n - 2000$.

a. Calculer v_0 .

b. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de premier terme v_0 et de raison $q = 0,9$.

c. Exprimer v_n en fonction de n .

d. Quel est le sens de variation de la suite (v_n) ?

e. Exprimer u_n en fonction de n .

f. Combien y aura-t-il d'élèves dans ce lycée le 1^{er} septembre 2024 ?

Aide au calcul	
n	$0,9^n$
0	1
1	0,9
2	0,81
3	0,729
4	0,656
5	0,59
6	0,531
7	0,478
8	0,43
9	0,387